



COLEGIUL NAȚIONAL „ION CREANGĂ”

Str. Cuza Vodă nr. 51 sector 4

BUCUREȘTI

Tel./Fax - 336.26.95 secretariat

3302951 – director adjunct

3352300 - director

E-mail creanga4@yahoo.com

**Test, clasa a X-a
matematică-informatică
8 februarie 2019**

1. (10p) Determinați partea reală a numărului complex $z = i + i^3 + i^5 + \dots + i^{2019}$.
2. (10p) Arătați că dacă $x, y, z > 0$ și numerele $\lg x, \lg y, \lg z$ sunt trei termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice, atunci x, y, z sunt trei termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.
3. (10p) Verificați dacă numărul $a = 1 + \log_5 17 + \log_5 10 - \log_5 13 + \log_5 15 - \log_5 34 + \log_5 39 - \log_5 45$ este întreg.
4. (10p) Arătați că numărul complex $x = 1 - 2i$ este soluție a ecuației $x^2 - (2 - i)x + 3 - i = 0$.
5. (10p) Calculați partea imaginară a numărului complex $z = (1 + i\sqrt{3})^6$.
6. (10p) Se consideră numărul complex $z = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$. Arătați că $z + \frac{1}{z} = -1$.
7. (10p) Arătați că funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{3\}$ dată de $f(x) = \frac{3x-2}{x+1}$ este inversabilă și calculați inversa sa.
8. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dată de $f(x) = 4^x - 6 \cdot 2^x - 1$.
 - a. (5p) Arătați că $f(x) = (2^x - 2)(2^x - 4) - 9$
 - b. (5p) Arătați că $f(x) = (2^x - 3)^2 - 10$
 - c. (10p) Arătați că funcția **nu** este nici injectivă nici surjectivă.

**Notă: Toate subiectele sunt obligatorii;
Se acordă 10 p din oficiu;
Timp de lucru 90 minute.**